Post-traitement de calculs de lignes d'arbres : diagramme de Campbell

Résumé :

Ce document présente les commandes `CALC_MODE_ROTATION` et `IMPR_DIAG_CAMPBELL` permettant le suivi des modes des machines tournantes en fonction de la vitesse de rotation ainsi que les zones d'instabilité de ces modes. On rappelle tout d'abord la définition de cet outil, puis on détaille son organigramme. Enfin sont exposées les principales étapes de l'algorithme correspondant tel qu'il est conçu et implanté dans *Code_Aster*.

Table des Matières

1 But....3
2 Organigramme....3
3 Algorithme....4
3.1 Classification des modes....5
3.2 Calcul du sens de précession pour les modes en flexion....5
3.2.1 Notions....5
3.2.2 Détermination du sens de parcours....6
3.3 Calcul des matrices MAC entres bases de modes à deux vitesses de rotation....7
3.4 Tri en fonction du sens de la précession....7
3.5 Tri en fonction de la forme du mode (MAC)....7
4 Références....9
5 Description des versions du document....9

1 But

L'objet de ce document est de décrire les macro-commandes nécessaires pour tracer le diagramme de Campbell dans *Code_Aster*. La démarche est basée sur celle déjà développée dans le logiciel ROTORINSA [bib1].
Le diagramme de Campbell est une représentation graphique des fréquences naturelles d'un système en rotation en fonction de sa vitesse de rotation. Les fréquences naturelles et les modes d'un système tournant sont obtenus par la résolution de l'équation d'équilibre dynamique d'un système d'arbres tournants, sans second membre et incluant les effets dus à l'amortissement.

$$\mathbf{M}\,\ddot{\delta}+\mathbf{C}(\Omega)\,\dot{\delta}+\mathbf{K}\,\delta=0$$ **éq 1 -** 1-1

Où $\mathbf{M}$ est la matrice de masse du système, $\mathbf{C}(\Omega)$ est une matrice non symétrique, fonction de la vitesse de rotation, incluant l'effet gyroscopique (antisymétrique) et les caractéristiques d'amortissement des paliers, et $\mathbf{K}$ est la matrice de raideur du système.
Les données nécessaires pour le tracé du Diagramme de Campbell sont donc les fréquences naturelles, ainsi que les modes correspondants, en fonction de la vitesse de rotation sous forme de table. L'étape permettant le calcul des ces modes est déjà développée dans *Code_Aster* (cf. [R5.01.01]).
Deux macro-commandes sont développées. La première macro-commande `CALC_MODE_ROTATION` calcule les fréquences et les modes sur le système complet en fonction des vitesses de rotation. La deuxième macro-commande `IMPR_DIAG_CAMPBELL` classe les modes en flexion, en torsion et en traction/compression, norme ces modes, détermine le sens de précession des modes en flexion, réalise le tri des fréquences suivant différentes méthodes de suivi de modes, puis trace le diagramme de Campbell.

2 Organigramme

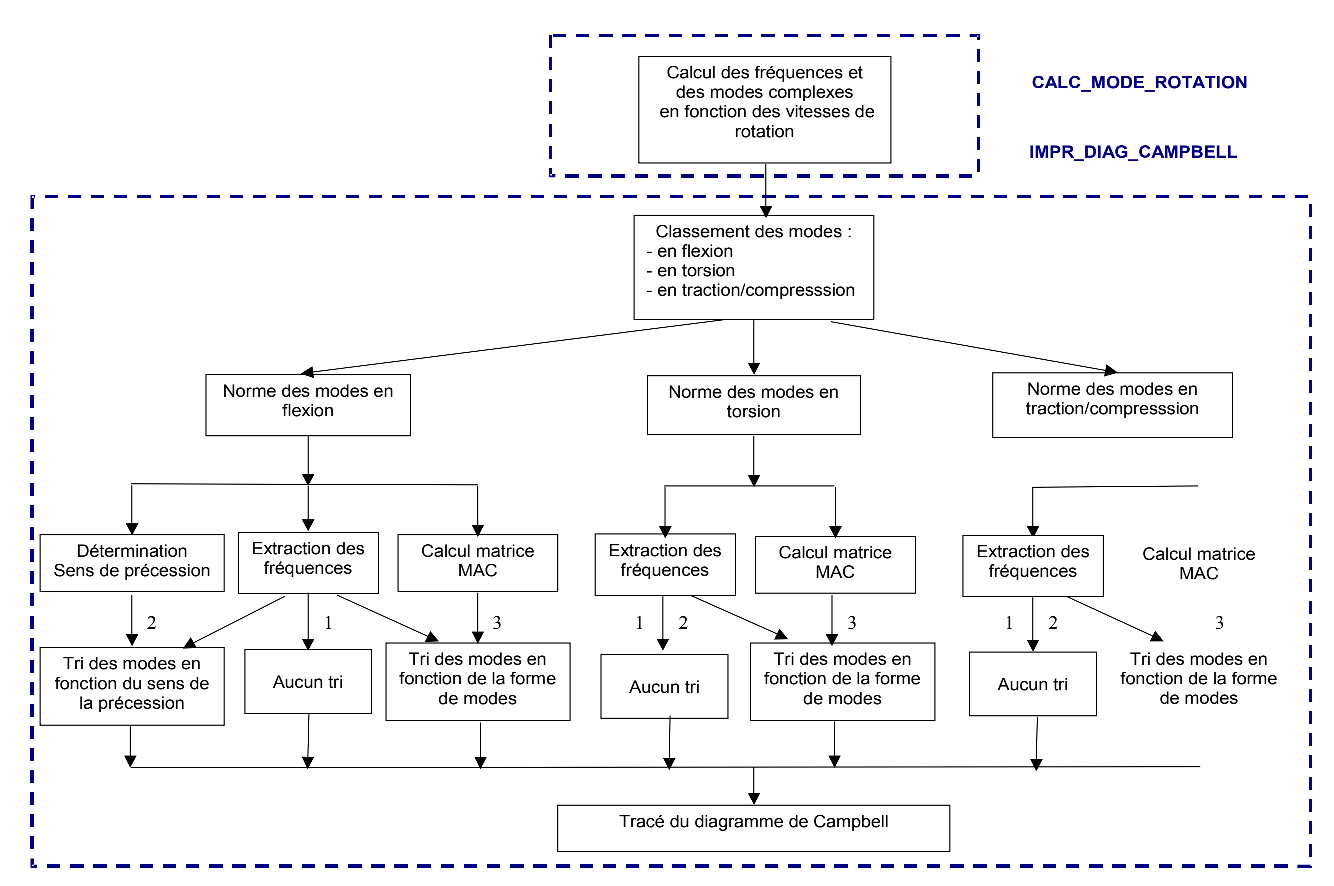


Figure 2-a-a : Organigramme du diagramme de Campbell

Les trois méthodes de suivi des modes sont :
- pas de tri,
- tri des fréquences de proche en proche,
- tri par la forme des modes

3 Algorithme

Après le calcul des fréquences et des modes complexes du système, la liste 'MODES' des `mode_meca_c` est une des données d'entrée de la macro. L'algorithme est présenté ci-dessous :

- Classification des modes '`MODES`' en flexion, en torsion et en traction/compression :
  - Extraction des modes en flexion
  - Norme les modes en flexion
  - Extraction des modes en torsion
  - Norme les modes en torsion
  - Extraction des modes en traction/compression
  - Norme les modes en traction/compression

- Extraction des fréquences
  - Fréquences en flexion
  - Fréquences en torsion
  - Fréquences en traction/compression

  - Initialisation des tableaux de connexion des fréquences, le remplissage de ces tableaux correspond à la méthode de suivi des modes 'Pas de `TRI`', suivant l'ordre du mode tel qu'il est dans les concepts `mode_meca_c`.

- Calcul du sens de précession directe ou inverse[1] pour les modes en flexion à chaque vitesse de rotation, fait de deux manières différentes suivant le choix de type de calcul de la précession :
  - `PREC_GOR` : L'identification de la précession est en fonction du signe de la plus grande orbite dans un mode (Précession direct, Précession inverse)
  - `PREC_MOY` : L'identification de la précession se fera en fonction du signe de la somme des signes de toutes les orbites
  - Remplissage du tableau du sens de précession `SENS`

- Suivi des modes :
  - Si le type de suivi des modes est `TRI_PREC_MOD`, c'est à dire tri des fréquences de proche en proche en fonction du sens de la précession. Il nécessite le calcul des axes des orbites et l'évaluation du sens de parcours des orbites. L'identification de la précession se fera en fonction du signe de la plus grande orbite ou du signe de la somme des signes de toutes les orbites. Les fréquences sont alors classées en deux groupes (précession directe et précession inverse). Dans chaque groupe les fréquences sont classées par ordre croissant pour chaque vitesse de rotation. Chaque courbe du diagramme de Campbell relie les points en fonction de la vitesse de rotation respectant l'ordre de classement dans chaque groupe (i ème fréquence du groupe p (vitesse Ω_p) avec la i ème fréquence du groupe $p+1$ (vitesse Ω_{p+1}) etc.).
    - Tableau de connexion en flexion mis à jour

  - Si le type de suivi des modes est `TRI_FORM_MOD`, c'est à dire tri par la forme des modes. Le tri des fréquences en fonction de la forme des modes nécessite le calcul de la matrice de corrélation MAC des modes. La comparaison des modes se fait alors ainsi : chaque mode (en partant de la vitesse de rotation la plus grande) est comparé aux autres modes de la vitesse de rotation précédente en prenant le maximum de corrélation. Cette comparaison permet de tracer pour chaque mode la courbe d'évolution de sa fréquence en fonction de la vitesse de rotation pour constituer le diagramme de Campbell.
    - Tableau de connexion en flexion mis à jour
    - Tableau de connexion en torsion mis à jour

1La précession directe (respectivement inverse) correspond au cas où l'orbite du rotor est décrite dans le même sens que (respectivement le sens opposé à) la rotation de l'arbre.

- Tableau de connexion en traction/compression mis à jour.

- Tracé du diagramme de Campbell
  - Tracé du diagramme de Campbell des modes en flexion
  - Tracé du diagramme de Campbell des modes en torsion
  - Tracé du diagramme de Campbell des modes en traction/compression.

- Tracé des droites de pentes S et détermination des points d'intersection (vitesses critiques).

3.1 Classification des modes

Pour la clarté de l'exposé, la rotation du rotor est supposée se faire selon l'axe X.
Après le calcul des modes en rotation à différentes vitesses, on obtient les résultats :
- des modes en flexion caractérisés par les déplacements en translation DY, DZ et en rotation DRY et DRZ
- des modes en torsion caractérisés par les déplacements en rotation DRX
- des modes en traction / compression caractérisés par les déplacements en translation DX.

Dans un premier temps, les modes sont classés suivant ces trois catégories.
Pour chaque mode, les calculs suivants sont effectués :

1) Norme totale $Ntot$

$$Ntot=\sqrt{\sum |DX|^2+|DY|^2+|DZ|^2+|DRX|^2+|DRY|^2+|DRZ|^2}$$

2) Rapport en flexion $Nflexion$

$$Nflexion=\frac{\sqrt{\sum |DY|^2+|DZ|^2+|DRY|^2+|DRZ|^2}}{Ntot}$$

3) Rapport en torsion $Ntorsion$

$$Ntorsion=\frac{\sqrt{\sum |DRX|^2}}{Ntot}$$

4) Rapport en traction/compression $Nlongi$

$$Nlongi=\frac{\sqrt{\sum |DX|^2}}{Ntot}$$

La classification des modes se fait comme suit :

[1] Pour les modes en flexion : $Nflexion > Ntorsion \text{ et } Nflexion > Nlongi$

[2] Pour les modes en torsion : $Ntorsion > Nflexion \text{ et } Ntorsion > Nlongi$

[3] Pour les modes en traction / compression : $Nlongi > Nflexion \text{ et } Nlongi > Ntorsion$

Si le système comporte un massif (organe de supportage), il est possible qu'il existe des modes mélangés (les trois à la fois). Dans ce cas, on applique la même méthode que ci-dessus.

A partir de la base modale de départ $MODES$, on extrait donc trois bases modales :

1) $MODEf$: contenant les modes en flexion
2) $MODEt$: contenant les modes en torsion
3) $MODEl$: contenant les modes en traction / compression

Pour les bases modales $MODEf$ et $MODEl$, la normalisation se fait par rapport à la plus grande des composantes de translation (DX, DY, DZ).

Pour la base modale $MODEf$, la normalisation se fait par rapport à la plus grande des composantes de rotation (DRX, DRY, DRZ) .

L'extraction et la normalisation des modes de la structure se font par l'intermédiaire des opérateurs `EXTR_MODE` et `NORM_MODE`, respectivement.

3.2 Calcul du sens de précession pour les modes en flexion

3.2.1 Notions

Les modes en rotation sont définis par les ellipses à chaque nœud.

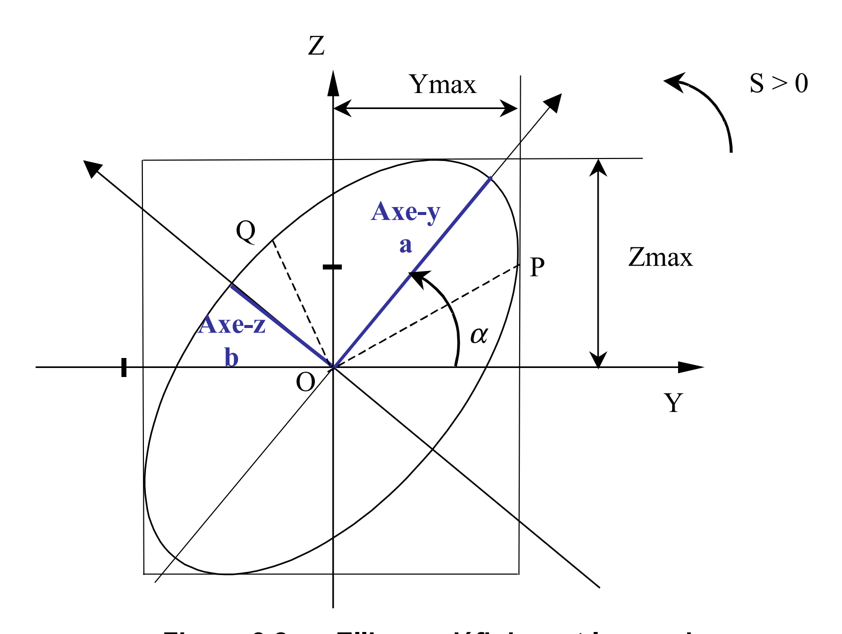


Figure 3.2-a : Ellipses définissant les modes

Pour un mode donné et pour chaque nœud, on a les déplacements en translation DY , DZ avec :

$$DZ=(Z_R, Z_I), |DZ|^2=|Z_R|^2+|Z_I|^2$$
$$DY=(Y_R, Y_I), |DY|^2=|Y_R|^2+|Y_I|^2$$

4 cas de figures sont possibles :

1) Si $|DY|^2+|DZ|^2\approx 0$ il n'y a pas d'ellipse, alors $a=0, b=0, \alpha=0, S=0$
2) Si $|DZ|^2\approx 0$ il n'y a pas d'ellipse, la trajectoire est suivant l'axe Y , alors $a=|DY|, b=0, \alpha=0, S=0$
3) Si $|DY|^2\approx 0$ il n'y a pas d'ellipse, la trajectoire est suivant l'axe Z alors $a=0, b=|DZ|, \alpha=90°, S=0$
4) Si $|DY|^2\neq 0$ et $|DZ|^2\neq 0$ alors on peut calculer la précession S pour chaque nœud.

Les déplacements v suivant Y et w suivant Z de ce nœud seront de la forme suivante :

$$v=Y_R\cos(\omega t)-Y_I\sin(\omega t) \ , \ w=Z_R\cos(\omega t)-Z_I\sin(\omega t)$$

3.2.2 Détermination du sens de parcours

Durant une période de vibration, l'ellipse peut-être parcourue dans le sens positif ou négatif (précession directe ou inverse).

1) à $\omega t=0$ l'axe du rotor est au point P

2) à $\omega t=\frac{\pi}{2}$ l'axe du rotor est au point Q

Les relations précédentes permettent de calculer les composantes des vecteurs $\vec{OP}=\begin{pmatrix}0\\Y_R\\Z_R\end{pmatrix}$ et $\vec{OQ}=\begin{pmatrix}0\\-Y_I\\-Z_I\end{pmatrix}$. Le signe du produit vectoriel $\overrightarrow{OP\wedge OQ}=\begin{pmatrix}Y_I Z_R-Y_R Z_I\\0\\0\end{pmatrix}$ indique le sens du parcours ou précession (positive ou négative).

Pour chaque nœud, nous disposons des résultats en amplitude maximale, ie. :

$$v:YMAX=\sum Y_R^2+Y_I^2 \text{ et } w:ZMAX=\sum Z_R^2+Z_I^2$$

Pour un mode, il y a deux manières de déterminer le sens de précession :

- `PREC_GOR` : L'identification de la précession se fait en fonction du signe de la plus grande orbite dans un mode (Précession directe, Précession inverse).
- `PREC_MOY` : L'identification de la précession se fera en fonction du signe de la somme des signes de toutes les orbites.

En sortie le tableau `SENS` est rempli pour les sens de précession de tous les modes à toutes les vitesses de rotation. Ce tableau permet de suivre les modes de flexion avec la méthode `TRI_PREC_MOD` . Il permet aussi de déterminer le sens de précession sur le diagramme de Campbell suivant le code de couleur défini dans le manuel d'utilisation de la commande `IMPR_DIAG_CAMPBELL` .

3.3 Calcul des matrices MAC entres bases de modes à deux vitesses de rotation

Pour le tri des modes par comparaison de forme, on calcule les coefficients de corrélation (matrice MAC) entre les modes des deux vitesses de rotation d'indices successives. On utilise l'opérateur `MAC_MODES` pour

- calculer la matrice MAC entre deux bases modales successives de flexion.
- calculer la matrice MAC entre deux bases modales successives de torsion.
- calculer la matrice MAC entre deux bases modales successives de traction/compression.

3.4 Tri en fonction du sens de la précession

Il s'agit d'une méthode de suivi des modes par tri des fréquences de proche en proche avec vérification du sens de précession. Les modes sont classés en deux groupes en fonction du sens de précession (mode de précession direct, mode de précession inverse). Le suivi est alors effectué dans chaque groupe en fonction de l'ordre des modes. On démarre le suivi par la dernière vitesse de rotation de numéro NBV et le dernier mode $NFREQf$ de cette vitesse (cf. [Figure 3.4-a]).

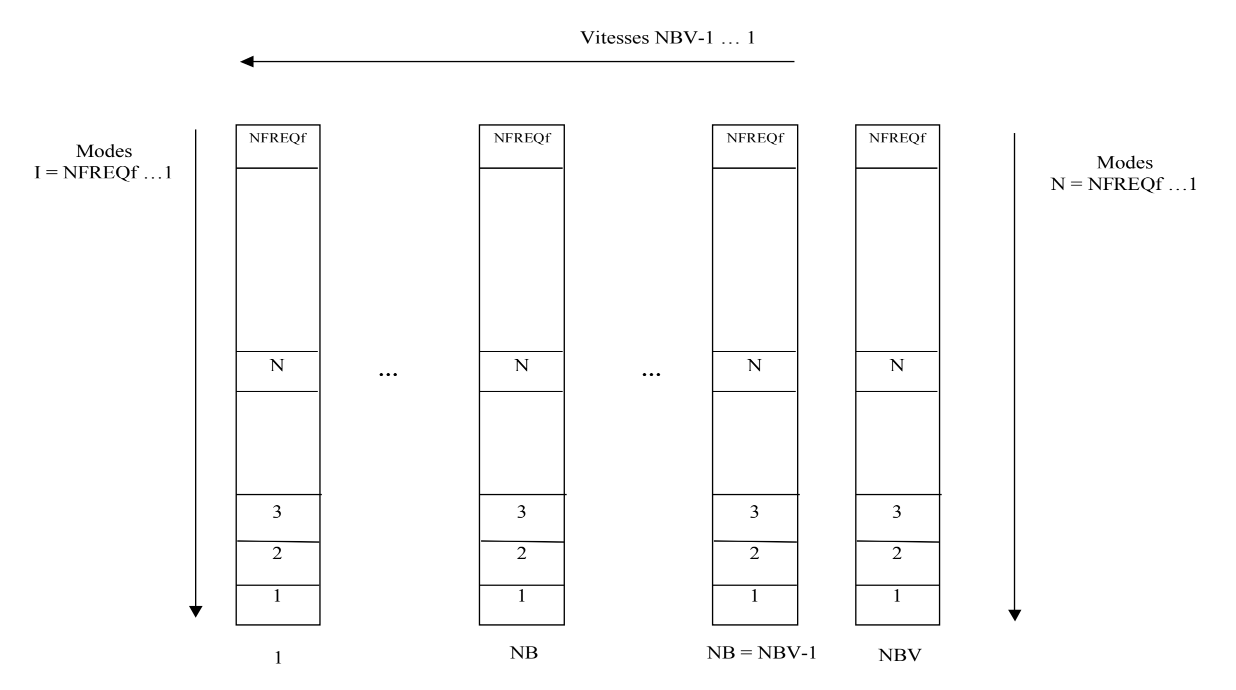


Figure 3.4-a.4-a : Tri en fonction du sens de précession

3.5 Tri en fonction de la forme du mode (MAC)

Cette méthode de suivi des modes par comparaison de forme, nécessite le calcul de la matrice de corrélation MAC des modes de deux vitesses de rotation successives, voir paragraphe 3.3.
On démarre le suivi par la dernière vitesse de rotation de numéro NBV . Pour chaque mode d'une vitesse de rotation donnée IVI , on cherche un mode de la vitesse de rotation précédente $IVI-1$ qui fait le maximum de coefficient de corrélation. On remplit le tableau de connexion avec la valeur du numéro du mode séléctionné (cf. [Figure 3.5-a]).

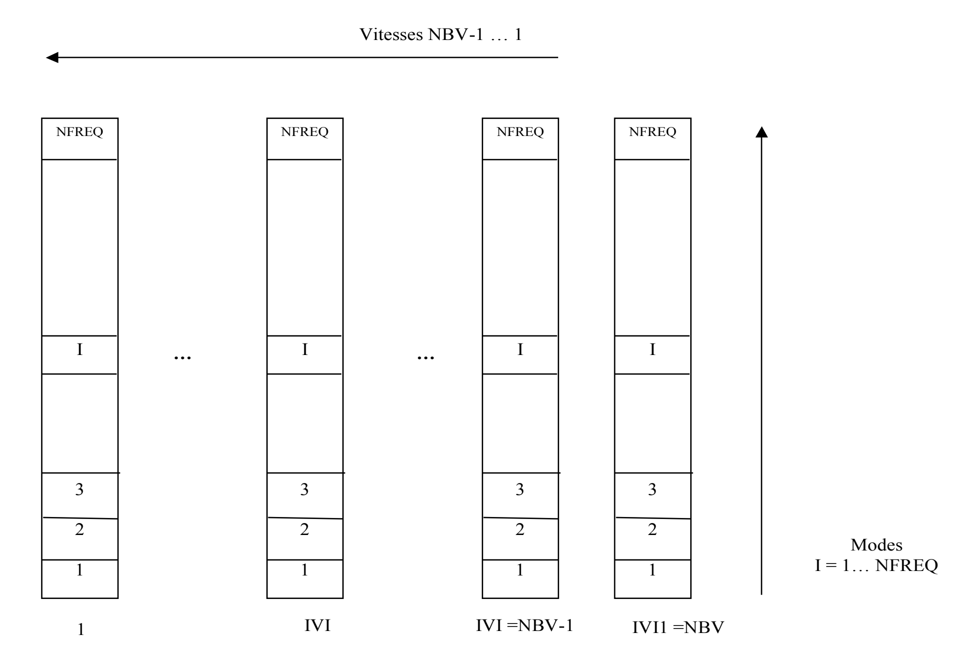


Figure 3.5-a : Tri en fonction de la forme du mode

Ce suivi est fait séparément pour les trois catégories de modes en flexion, torsion et traction/compression.

4 Références

1. ROTORINSA, Logiciel d'éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion, LaMCoS UMR5259, INSA-Lyon.

2. M. LALANNE, G. FERRARIS, " Rotordynamics Prediction in Engineering ", Second Edition, Wiley, 2001.

5 Fonctionnalités et vérification

Les macro-commandes `CALC_MODE_ROTATION` et `IMPR_DIAG_CAMPBELL` sont vérifiées par les tests suivants :

SDLL124	Diagramme de Campbell d'une poutre avec 3 disques soumise à la gyroscopie	[V2.02.124]
SDLL125	Diagramme de Campbell d'une poutre avec 2 disques et 2 paliers non symétriques	[V2.02.125]
SDLL129	Diagramme de Campbell d'une poutre avec 3 disques et 2 des paliers à caractéristiques variables en fonction de la vitesse de rotation	[V2.02.129]

6 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
10.1	M.Torkhani-EDF-R&D/AMA	Texte initial